

Roll No.

Y – 284 / Y– 285 / Y– 286 (A)
B.A. (Second Year) (SPECIAL) EXAMINATION, August 2021
(SECOND CHANCE)

MATHEMATICS

Paper – I, II, III

**ABSTRACT ALGEBRA/ADVANCED CALCULUS/DIFFERENTIAL
EQUATIONS**

Time : Three Hours

Maximum Marks : 40 + 40 + 40 = 120 (For Regular Students) Minimum Pass Marks : 33%

Maximum Marks : 50 + 50 + 50 = 150 (For Private Students) Minimum Pass Marks : 33%

नोट- सभी प्रश्न हल कीजिये।

Attempt *all* questions.

खण्ड (अ)

(Section A)

1. (a) प्रत्येक चक्रीय समूह आबेली होता है। 6½/8
Every cyclic group is abelian.
- (b) माना $G = \{1, -1, i, -i\}$ इकाई के चतुर्थ मूलों का समूह है और माना $H = \{1, -1\}$, समूह G का एक उपसमूह है, तो G में H के वाम एवं दक्षिण सहसमुच्चय ज्ञात कीजिए। 6½/8
If $G = \{1, -1, i, -i\}$ is the multiplicative group of fourth roots of unity and $H = \{1, -1\}$ is its any subgroup, then find all left and right cosets.
2. (a) प्रसामान्य उपसमूह को परिभाषित कीजिए तथा सिद्ध कीजिए कि समूह G का उपसमूह H , समूह G का प्रसामान्य (normal) उपसमूह होगा यदि और केवल यदि सभी $g \in G$ के लिये, $gHg^{-1} = H$. 6½/8½
Define Normal Subgroup and prove that A subgroup H of a group G is normal subgroup of G , if and only if,
$$gHg^{-1} = H, \forall g \in G.$$
- (b) यदि G परिमित समूह हो और N , G का प्रसामान्य उपसमूह हो, तो $O(G/N) = \frac{O(G)}{O(N)}$. 6½/8½

If G is a finite group and N is a normal subgroup of G , then

$$O(G/N) = \frac{O(G)}{O(N)}.$$

P.T.O.

3. (b) यदि G समूह हो तब सिद्ध कीजिए $C(e) = \{e\}$ । 7/8½

Let G be a group, then prove that $C(e) = \{e\}$.

- (c) समूह G का केन्द्र z हमेशा G का प्रसामान्य उपसमूह होता है। 7/8½

The center z of a group G is always a normal subgroup of G.

खण्ड (ब)
(Section B)

4. मूल्यांकन कीजिए Evaluate— 13/16

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^{1/x} - e}{x}$$

5. फलन $f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$ के लिए अन्तराल $[2, 4]$ लाग्रान्ज के मध्यमान प्रमेय को सत्यापित करो। 13/17

Verify Lagrange's Mean value theory for the function $f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$ in the interval $[2, 4]$.

6. Show that दर्शाइए कि— 14/17

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{2x^3 - y^3}{x^2 + y^2} = 0$$

खण्ड (स)
(Section C)

7. दर्शाइये कि : 13/16

$$2J'_n(x) = J_{n-1}(x) - J_{n+1}(x).$$

Show that :

$$2J'_n(x) = J_{n-1}(x) - J_{n+1}(x).$$

8. ज्ञात कीजिए : 13/17

$$L \{ \sin \sqrt{t} \}.$$

Find :

$$L \{ \sin \sqrt{t} \}.$$

9. हल कीजिए : 14/17

$$x^2 p^2 + y^2 q^2 = z^2.$$

Solve :

$$x^2 p^2 + y^2 q^2 = z^2.$$